PART4　期待値

例題

1 個のさいころを投げ，(出る目の数 $\times$ 100)円がもらえるとする。例えば 2 の目が出た場合，$2\times100=200$ (円)がもらえる。このとき，もらえる金額の期待値を求めよ。

Point Pickup

練習

500 円硬貨を 3 枚同時に投げて，表が出た硬貨を全部もらえるゲームがある。

(1)　このゲームでもらえる金額の期待値を求めよ。

(2)　このゲームの参加料が 700 円のとき，このゲームに参加することは得であるといえるか。

第 5 講　PART4　確認問題

1　コインを 4 回投げて，(表の出る回数 $\times$ 100 円)がもらえるゲームがある。このゲームでもらえる金額の期待値を求めよ。

[アイウ] (円)

また，このゲームの参加料が 150 円のとき，このゲームに参加することは得であるといえるか。

[エ]

① 得であるといえる

② 得であるとはいえない

PART4　期待値

例題

1 個のさいころを投げ，(出る目の数 × 100) 円がもらえるとする。例えば 2 の目が出た場合，$2\times100=200$ (円) がもらえる。このとき，もらえる金額の期待値を求めよ。

1 個のさいころを投げたとき，1 ～ 6 のどの目が出る確率も $\dfrac{1}{6}$ である。

よって，もらえる金額 X と確率は以下のようになる。

X	100	200	300	400	500	600	計
確率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

したがって，求める金額の期待値は

$$100\times\frac{1}{6}+200\times\frac{1}{6}+300\times\frac{1}{6}+400\times\frac{1}{6}+500\times\frac{1}{6}+600\times\frac{1}{6}=\frac{2100}{6}=350\ (\text{円})$$

練習

500 円硬貨を 3 枚同時に投げて，表が出た硬貨を全部もらえるゲームがある。

(1)　このゲームでもらえる金額の期待値を求めよ。

(2)　このゲームの参加料が 700 円のとき，このゲームに参加することは得であるといえるか。

硬貨 1 枚の表と裏が出る確率は，ともに $\dfrac{1}{2}$ である。

(1)　500 円硬貨を 3 枚同時に投げたとき

・表が 3 枚出る確率は　$\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{8}$

・表が 2 枚，裏が 1 枚出る確率は　${}_3C_2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{8}$

・表が 1 枚，裏が 2 枚出る確率は　${}_3C_1\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{3}{8}$

・裏が 3 枚出る確率は　$\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{8}$

よって，もらえる金額 X と確率は以下のようになる。

X	1500	1000	500	0	計
確率	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

したがって，求める金額の期待値は

$$1500\times\frac{1}{8}+1000\times\frac{3}{8}+500\times\frac{3}{8}+0\times\frac{1}{8}=\frac{1500+3000+1500}{8}=\frac{6000}{8}=750\ (\text{円})$$

(2)　(1)より，得られる金額の期待値 750 円が，ゲームの参加料 700 円より大きいので，このゲームに参加するのは **得であるといえる**。

第 5 講　PART4　確認問題 解答

1

[正解] アイウ：200，エ：①

[解説]

コインを4回投げたとき

・表が4回出る確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

・表が3回，裏が1回出る確率は

$${}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\frac{1}{2}=\frac{4}{16}$$

・表が2回，裏が2回出る確率は

$${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{6}{16}$$

・表が1回，裏が3回出る確率は

$${}_4C_1\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{4}{16}$$

・裏が4回出る確率は

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$$

よって，もらえる金額 X と確率は以下のようになる。

X	400	300	200	100	0	計
確率	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$	1

したがって，求める金額の期待値は [A]

$$400\times\frac{1}{16}+300\times\frac{4}{16}+200\times\frac{6}{16}+100\times\frac{4}{16}+0\times\frac{1}{16}$$

$$=\frac{400+1200+1200+400}{16}$$

$$=\frac{3200}{16}=\mathbf{200}\text{（円）}$$

得られる金額の期待値200円が，ゲームの参加料150円より大きいので，このゲームに参加するのは**得である**といえる。

［A］　変量 X のとりうる値と，X がそれらの値をとる確率が下の表の通りであるとき，X の期待値 E は

$E=x_1p_1+x_2p_2+\cdots\cdots+x_np_n$

X	x_1	x_2	……	x_n	計
確率	p_1	p_2	……	p_n	1